

Sławomir DOROSIEWICZ\*

## CZY ISTNIEJĄ GRANICE WZROSTU POPYTU NA PRZEWOZY?

W artykule zaprezentowano jeden z modeli popytu na przewozy towarów transportem samochodowym. Przeanalizowano wyniki symulacji i wynikające z nich wnioski dla przykładowego zestawu parametrów.

### 1. WPROWADZENIE

Czy istnieje granica wzrostu popytu na przewozy towarowe i pasażerskie? Jeśli tak, to gdzie ona jest, jaki jest graniczny poziom popytu na transport i w jakim tempie będziemy się do niego zbliżali? Wydaje się, że jeśli taka granica istnieje, to nawet w przypadku państw wysoko rozwiniętych znajduje się znacząco powyżej obecnego poziomu przewozów. Nie ułatwia to odpowiedzi na postawione pytania z tego względu, że wymaga zbadania długookresowych tendencji rozwoju rynku transportowego. Jednym z możliwych sposobów udzielenia choćby tylko częściowej odpowiedzi na postawione pytania jest konstrukcja modelu opisującego związku transportu z pozostałymi sektorami gospodarki. Z uwagi na fakt, iż usługi transportowe są komplementarne w stosunku do działalności praktycznie wszystkich sektorów gospodarki, ostateczny cel rozważań - wyznaczenie wariantowych prognoz łącznej wielkości przewozów - może być postrzegany jako wymagający konstrukcji modelu wzrostu gospodarczego z wyróżnionym sektorem transportowym. Istnieje wtedy szansa, że analiza otrzymywanych prognoz wariantowych pozwoli na wyciągnięcie interesujących wniosków.

---

\* Prof. dr hab. Sławomir Dorosiewicz, Szkoła Główna Handlowa

## 2. KRÓTKO- I DŁUGOOKRESOWE PROGNOZOWANIE POPYTU NA TRANSPORT

Z krótkookresowymi prognozami wielkości przewozów sprawa wydaje się bardziej prosta w tym sensie, że niejako *ex definitione* nie należy spodziewać się istotnych zmian systemowych w gospodarce, a więc i w transporcie. Pozwala to założyć, iż popyt na przewozy zmienia się ze stałą stopą  $r$  podlegającą losowym zaburzeniom o rozkładzie prawdopodobieństwa niezależnym od poziomu aktualnego popytu. W najprostszym przybliżeniu dynamikę zmian można opisać równaniem (odpowiednio w przypadku modelu z czasem dyskretnym oraz ciągłym)<sup>1</sup>:

$$D_{t+1} = D_t(1 + r + \sigma\varepsilon_t), \quad dD_t = D_t(rdt + \sigma dW_t),$$

gdzie  $(\varepsilon_t)$  jest Gaussowskim procesem białego szumu, zaś  $(W_t)$  – procesem Wienera.

W badaniach tendencji długookresowych konieczne jest uwzględnienie systemowych zmian w gospodarce, w tym w samym transporcie, oraz ich wpływu na tempo zmian wielkości przewozów. W celu zapewnienia odpowiedniej dokładności opisu, ważne jest dokonanie dezagregacji rynku na mniejsze segmenty. Dla takich możliwie homogenicznych rynków cząstkowych zwykle prostsze jest zidentyfikowanie czynników mających zasadnicze znaczenie dla ich rozwoju i prognozowania wielkości przewozów. Twórcy prognoz rozwoju rynku transportowego<sup>2</sup> biorą zwykle pod uwagę następujące główne czynniki: wielkość PKB, liczba ludności, wolumen wymiany z zagranicą, poziom konsumpcji oraz cząstkowe wskaźniki stopnia racjonalizacji danej formy transportu (uwzględniające stopień liberalizacji rynku, wprowadzania nowych technologii, rozbudowy infrastruktury itp).

Prognozując obciążenia sieci transportowej, wyróżnić należy przede wszystkim dwa podstawowe elementy składające się na wielkość ruchu w sieci, mianowicie przewozy *towarowe* oraz przejazdy/przewozy *pasażerskie* (wliczając w to motoryzację indywidualną). Oba rodzaje przewozów są ze sobą nierozzerwalnie związane i silnie oddziałują na siebie. Jedne i drugie mają wspólną naturę w tym sensie, iż zaspokajają potrzeby ludzkie w zakresie transportu, choć różne są kształtujące ich wielkość czynniki. Ich związki i sprzężenia z pozostałymi sektorami gospodarki mają skomplikowaną naturę, która niełatwo poddaje się kwantyfikacji.

Przewozy towarowe obsługują przede wszystkim sferę produkcji i usług materialnych oraz uczestniczą w zaspokajaniu potrzeb konsumpcyjnych. Przewozy pasażerskie zaspokajają potrzeby komunikacyjne ludności. Obie sfery składają się z pewnej liczby mniejszych rynków, z których część konkuruje między sobą, a część ma charakter niezależny. W zakresie przewozów towarowych konkurencyjne są na przykład rynki krajowych przewozów samochodowych i kolejowych (mimo dającego się zaobserwować w warunkach polskich zdominowania tego drugiego), w przypadku przewozów pasażerskich konkurencję obserwuje się przede wszystkim pomiędzy komunikacją zbiorową a sferą motoryzacji indywidualnej<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> W dalszym ciągu będą rozważane modele z czasem dyskretnym. W przypadku analizy niektórych aspektów dynamiki, na przykład ścieżek zrównoważonego wzrostu, wyniki są podobne, jak w przypadku modelu z czasem ciągłym.

<sup>2</sup> Burnewicz J., *Uwarunkowania rozwoju systemu transportowego Polski*, w: Prognoza zapotrzebowania na usługi transportowe w Polsce do 2020 roku, str. 125-167, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2006

<sup>3</sup> Konstruowane dla Polski prognozy wskazują, że udział tych ostatnich w łącznym popycie na przewozy pasażerskie będzie coraz większy.

Przewozy towarowe i pasażerskie są osadzone w systemie transportowym, a ten z kolei jest częścią konkretnego układu gospodarczego i infrastruktury społecznej. Niemniej wydaje się, że w makroskali do najważniejszych wewnątrz krajowych czynników mających wpływ na rozwój przewozów zaliczyć można: wzrost gospodarczy i towarzyszący mu wzrost dochodów i zamożności społeczeństwa, wzrost zasobów i wartości czasu wolnego, zmiany w strukturze sieci osiedleńczej, relacjach cenowych oraz strukturze zatrudnienia (por. [5]). Omówimy pokrótce niektóre z nich.

- *Stan i perspektywy rozwojowe gospodarki.* Istnieją ścisłe związki pomiędzy stanem gospodarki jako całości (mierzonym zwykle wielkością produktu krajowego brutto i pochodnymi charakterystykami), a wielkością przewozów, pasażerskich i towarowych. Rozwój transportu jest na pewno lokomotywą napędzającą całą gospodarkę, mającą wpływ na strukturę produkcji dóbr i usług przez pozostałe sektory gospodarki, generując w szczególności program rozbudowy infrastruktury, rozbudowę miast, budowę nowych centrów użyteczności publicznej, co oczywiście wymaga rozbudowy przemysłu budowlanego i gałęzi mu pokrewnych. Rozwój transportu skutkuje zwiększeniem zapotrzebowania na szeroki wachlarz bogactw naturalnych. Jest to zarówno zapotrzebowanie na surowce niezbędne w procesie wytwarzania środków transportowych, zapotrzebowanie „otoczenia transportu” na surowce niezbędne do budowy infrastruktury, jak też zapotrzebowanie eksploatacyjne.
- *Postęp techniczny.* Duża część osiągnięć technicznych, technologicznych i organizacyjnych znajduje szybko zastosowanie w sferze transportu, wpływając na technologie transportowe, wielkość i strukturę przewozów. Także na odwrót, postęp techniczny w transporcie był i jest jednym z podstawowych kreatorów ogólnego postępu technicznego. Dążenie do obniżki kosztów wytwarzania i eksploatacji pojazdów wymusza postęp w przemysłach dostarczających materiały (np. w hutnictwie) i wyposażenie (lekki, chemiczny), a także w mniejszym lub większym stopniu, we wszystkich pozostałych gałęziach.
- *Kształt zagospodarowania przestrzennego oraz procesy urbanizacyjne.* Transport i jego koszty jest ważnym czynnikiem utrzymującym równowagę tendencji do- i odśrodkowych w tworzeniu struktury osiedleńczej ludności i rozmieszczeniu aktywności gospodarczej. Transport z jednej strony ma wpływ na rozwój aglomeracji i konurbacji miejskich, z drugiej zaś pozwala na utrzymanie i rozbudowę olbrzymiej liczby małych miejscowości. Rozwój infrastruktury transportowej w silnym stopniu wpływa na rozwój przestrzennej sieci produkcji dóbr i usług.
- *Wielkość i struktura konsumpcji.* Z dochodów przeznaczanych przez gospodarstwa domowe na konsumpcję znaczna część obejmuje wydatki na transport (zbiorowy lub indywidualny), dlatego struktura wydatków tych gospodarstw ma decydujący wpływ na wielkość zapotrzebowania na transport. Wzajemną relację pomiędzy wielkością wspomnianych przewozów wyznaczają takie czynniki jak: poziom dochodów osobistych (w miarę jego wzrostu coraz większa ich część jest kierowana na zaspokajanie potrzeb wyższego rzędu, do których niewątpliwie zaliczyć można wszystkie przejazdy fakultatywne, tj. niezwiązane z potrzebami natury bytowej), ceny samochodów, paliw, poziom opodatkowania motoryzacji indywidualnej, atrakcyjność oferty zbiorowego transportu pasażerskiego.
- *Wzrost mobilności społeczeństwa i towarzyszący mu rozwój przewozów pasażerskich i motoryzacji indywidualnej* ma swoje źródło w prowadzeniu coraz intensywniejszej działalności mającej na celu zaspokojenie ludzkich potrzeb natury biologicznej, społecznej i kulturowej podejmowanych w miejscach coraz bardziej oddalonych od stałego lub okresowego miejsca pobytu człowieka (por. [7],[4]). Towarzyszący zwiększaniu poziomu stopy życiowej wzrost ruchliwości ludzi jest sam w sobie ważnym czynnikiem sprawczym zmian w standardach kulturowych i konsumpcyjnych i w istotny sposób wpływa na rozwój społeczeństw.

Oddziałuje także na wzrost przewozów zaopatrzeniowych i kooperacyjnych różnych gałęzi przemysłu (m.in. zaopatrzeniowych dla sfery eksploatacyjnej samochodów osobowych, w sektorze budownictwa, w szczególności mieszkaniowego oraz drogowego, inwestycyjno-zaopatrzeniowych dla sektora turystyczno-wypoczynkowego, dystrybucyjnych, wynikających zarówno ze zmiany sieci osiedleńczej, jak i rozwoju konsumpcji).

### 3. NEOKLASYCZNY MODEL POPYTU

Naturalnym punktem wyjścia w tworzeniu sfery transportowej jest stwierdzenie, że usługi transportowe są komplementarne w stosunku do produktów innych gałęzi gospodarki. Pomiedzy wynikami ich działalności a wielkością przewozów zachodzą określone proporcje. W okresach kilkuletnich były one do tej pory dość stabilne, w dłuższych – co oczywiste – ich zmienność wzrasta. Takich zachowań należy spodziewać się także w przyszłości. Burnewicz i Szczerba ([2], cyt. za [6]) komentują to tak: „*W normalnie funkcjonującej gospodarce du a i nadal wzrastają ca skala działalnośći transportu nie jest zjawiskiem pozytywnym, wręcz odwrotnie - pociągają za sobą wzrost kosztów operacji przestrzennych, kosztów produkcji i dystrybucji oraz cen towarów. Zarówno dla gospodarki jako całości, jak i dla środowiska zawodowego transportu ważniejsza jest wielkość wartości dodanej tworzonej w tym sektorze niż fizyczna masa przewozów lub praca przewozowa. W gospodarce opartej na wiedzy i wysokich technologiach maleje popyt na surowce i materiały, co pociągają za sobą zmniejszenie popytu na przewozy.*”

Modelując sferę transportu, można więc założyć, że popyt na transport, podobnie jak produkt globalny gospodarki, jest kształtowany w wyniku działania szeregu czynników, z których jedne mają charakter stymulujący, inne – przeciwnie. Podstawą modelu są więc zależności,  $Y_t = Y(t, C)$  oraz  $D_t = D(t, C)$ , wielkości produkcji i przewozów od wspomnianego zestawu czynników  $C = (C_p, \dots, C_k)$ . Jawna zależność od czasu pozwala założyć, że relacja pomiędzy  $Y$  oraz  $D$  może być inna nawet przy tych samych wartościach czynników  $C$ .

Wspominaliśmy już, że ze względu na powiązania wielkości przewozów z wielkością produkcji i usług, wydaje się dość naturalne oparcie modelu wielkości przewozów na ogólnym modelu wzrostu gospodarczego. Klasyczny zestaw takich czynników w makromodelach wzrostu gospodarczego tworzy kapitał, siła robocza oraz wydajność pracy. Jawna zależność produktu i przewozów od czasu pozwala zakładać możliwość zmian tych wielkości nawet w sytuacji braku zmian czynników produkcji. Przypomnimy pokrótce podstawy takich neoklasycznych modeli wzrostu.

Założmy, że poziom produkcji jest zdeterminowany przez dwa czynniki produkcji, którymi tradycyjnie są: kapitał produkcyjny ( $K$ ) i praca ( $L$ ). Przyjmując, iż produkt globalny  $Y$  jest dzielony w stałym stosunku (określonym liczbą  $s \in (0, 1)$ ) na konsumpcję  $C$  oraz oszczędności, a te ostatnie są równe poziomowi inwestycji  $I$ , mamy:

$$C = (1-s)Y, I = sY \quad (1)$$

Ogólnie rzecz ujmując, inwestycje są przeznaczane na zwiększenie ilości kapitału ( $K_{t+1} - K_t$ )<sup>3</sup> i pokrycie jego zużycia ( $\delta K_t$ ):

$$I_t = K_{t+1} - K_t + \delta K_t \quad (2)$$

Zależność wielkości produkcji globalnej od czynników produkcji opisuje funkcja produkcji  $Y=F(K,L)$ . Z dwóch ostatnich równań wynika, że:

$$K_{t+1} = sF(K_t, L_t) + (1-\delta)K_t \quad (3)$$

Jeśli funkcja  $F$  jest jednorodna, czyli dla każdego  $c > 0$  mamy  $F(cK, cL) = cF(K, L)$ , to wygodniej przejść do wielkości per capita (odniesionych na jednostkę pracy efektywnej)<sup>4</sup>, w szczególności funkcji produkcji per capita  $f(k) = F(K, L)/L = F(k, 1)$ , gdzie oznaczyliśmy  $k = K/L$ . Równanie (3) można zapisać w takiej sytuacji w postaci:

$$k_{t+1} = sf(k_t) + (1-\delta)k_t \quad (4)$$

W neoklasycznych modelach wzrostu gospodarczego przyjmuje się często, że funkcje  $F$  charakteryzują się dodatnią produktywnością kapitału i pracy,  $\partial_K F > 0$ ,  $\partial_L F > 0$ . W konsekwencji  $f'(k) > 0$ . Dodatkowo, w wielu przypadkach funkcja  $f$  spełnia także warunki Inady:  $f(0) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ . Założenie to nie zawsze jest spełnione; w pewnych przypadkach (np. ze względu na kwestie związane z ochroną środowiska naturalnego, ale także z powodu ograniczonej możliwości w zakresie samej produkcji, technologii wytwarzania czy przemieszczania dóbr) wzrost wartości kapitału może spowodować spadek wielkości produkcji. Typowe postaci wykresów funkcji  $f$  przedstawia rys. 1.

Stan równowagi, a faktycznie ścieżka zrównoważonego wzrostu, charakteryzuje się niezmiennym w czasie poziomem czynników produkcji per capita, czyli  $k_{t+1} = k_t$ . Z równania (4) wynika, że stan równowagi  $k^*$  jest wyznaczony warunkiem  $f(k^*) = \delta k^*$ . Podkreślmy, że w stanie równowagi stacjonarny charakter mają wielkości per capita, a w takim przypadku tempo zmian czynników produkcji jest jednakowe. Tym samym stopy zmian obu czynników produkcji - kapitału i pracy - są jednakowe i niezmiennie w czasie. Wzrost (spadek) wartości kapitału w okresie  $t+1$  następuje, gdy różnica  $f(k_t) - \delta k_t$  jest dodatnia (ujemna). W przypadku, gdy istnieje jeden punkt równowagi, zwykle ścieżka kapitału jest zbieżna do (rys. 1). Równanie (4) określa jednoczynnikowy model wzrostu kapitału (w konsekwencji także produkcji) per capita. Jego własności dynamiczne zależą przede wszystkim od postaci funkcji produkcji. Określenie zmian wielkości produkcji ogółem wymaga dodatkowo modelu opisującego dynamikę zmian wielkości pracy.

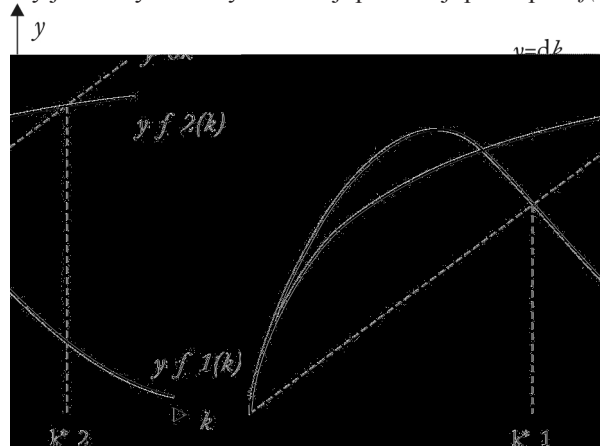
Konstruując długookresową prognozę rozwoju gospodarki, w tym rynku transportowego, konieczne wydaje się uwzględnienie, diskutowanego co najmniej od czasu Malthusa, problemu ograniczoności zasobów. Coraz bardziej dostrzegane są silne związki zachodzące pomiędzy jakością życia i stanem środowiska naturalnego oraz konieczność wyceny strat, jakie powoduje rozwój gospodarczy w środowisku naturalnym. Nieuchronny proces uwzględnienia tych kosztów w kalkulacjach (w tym internalizacji kosztów zewnętrznych w transporcie) niewątpliwie będzie czynnikiem hamującym tempo rozwoju, a być może od pewnego poziomu - czynnikiem stopującym rozwój produkcji transportowej per saldo i per capita. Gospodarka i transport są znaczącym źródłem zanieczyszczeń. Fakt istnienia limitów emisji dwutlenku węgla i innych gazów wraz ze słabnącą tendencją do ich powiększania i koniecznością wnoszenia opłat za ponadnormatywną ich produkcję

<sup>4</sup> Zwykle za efektywną pracę przyjmuje się iloczyn pracy (zatrudnienia) przez wskaźnik postępu technologicznego (ten ostatni określane są czasami mianem postępu zasilającego pracę). Taka konwencja została przyjęta w dalszych rozważaniach. Warto wspomnieć, że inny z poglądów, znany jako ucieleśniony postęp techniczny, stwierdza, iż produktywność dóbr kapitałowych w danym momencie zależy od stanu bieżącej technologii, ale nie jest antycypująca, tj. nie zależy od kolejnego postępu technicznego. Inaczej mówiąc, postęp techniczny musi zostać „wcielony” w nowy kapitał, zanim będzie on w stanie podnieść poziom produkcji ([8], [9], [10]).



będzie znaczącym czynnikiem hamującym rozwój produkcji nie tylko transportowej. Czynniki te mogą prowadzić do zaburzeń procesów produkcyjnych. Z formalnego punktu widzenia może to znaleźć wyraz np. w utracie monotoniczności funkcji produkcji (por. rys. 1).

Rys.1. Przykładowe wykresy jednoczynnikowych funkcji produkcji per capita  $f(k)=F(K/L,1)$ , gdzie  $k=K/L$ .



Jeśli przy ustalonej wartości  $K$ , wartości funkcji  $F$  rosną wolniej od  $L$  (np. z wymienionych wcześniej powodów), to dla odpowiednio dużych wartości swojego argumentu funkcja produkcji  $f$  jest malejąca jak np. funkcja  $f_1$ . Wartości  $k_1^*, k_2^*$  wyznaczają stany równowagi odpowiednio w przypadku funkcji produkcji  $f_1$  oraz  $f_2$ . W ich przypadku należy, w miarę upływu czasu, spodziewać się stabilizacji wartości czynnika produkcji i jej poziomu.

Sformułujemy obecnie formalny model opisujący łączną wielkość przewozów. Zgodnie z poczynionymi uwagami wyróżnimy dwa składniki łącznego potoku: przewozy towarowe i pasażerskie. Wielkości te zależą od poziomu produkcji, a ten z kolei od kapitału materialnego ( $K^m$ ) i drugiego czynnika, określonego tu mianem kapitału ludzkiego ( $K^h$ ), w głównej mierze odpowiedzialnego za poziom mobilności społeczeństwa. Oba rodzaje kapitału wraz z efektywną pracą,  $L$ , są czynnikami produkcji w każdym z sektorów.

Wielkość produkcji globalnej wyznacza stosowna funkcja produkcji zależna od poziomu czynników produkcji. Dynamikę obu rodzajów kapitału opisują równania analogiczne do (3). Tym samym dla kapitału materialnego mamy:

$$I_t = K_{t+1}^m - K_t^m + \delta^m K_t^m, \tag{5}$$

gdzie  $\delta^m > 0$  jest stałą stopą deprecjacji kapitału materialnego. Wielkość inwestycji, proporcjonalną do produktu globalnego, można zapisać w postaci  $F = F(\alpha^m K^m, \alpha^h K^h, L)$ , gdzie parametry  $\alpha^m, \alpha^h$  określają część odpowiedniego kapitału zaangażowaną w produkcję dóbr materialnych. Pozostałe części kapitału materialnego mają udział w tworzeniu kapitału ludzkiego. Z równania (5) otrzymujemy więc bezpośrednio:

$$K_{t+1}^m = F^m(\alpha^m K_t^m, \alpha^h K_t^h, L_t) + (1 - \delta^m) K_t^m. \tag{6}$$

Zmienność kapitału ludzkiego opisuje równanie analogiczne do poprzedniego:

$$K_{t+1}^h = F^h((1 - \alpha^m) K_t^m, (1 - \alpha^h) K_t^h, L_t) + (1 - \delta^h) K_t^h, \tag{7}$$

gdzie  $F^h$  opisuje dynamikę zmian kapitału ludzkiego, jest więc swoistą „funkcją produkcji” tego kapitału;  $\delta^h > 0$  jest stopą jego deprecjacji.

Zakładając będziemy, że funkcje  $F^m, F^h$  są jednorodne, co oznacza, że możliwe jest przejście do wielkości per capita (dokładniej na jednostkę pracy efektywnej): obu rodzajów kapitału  $k^m = K^m/L$ ,  $k^h = K^h/L$ , oraz jednostkowych funkcji produkcji<sup>5</sup>

$$f^m(k^m, k^h) = F^m(K^m, K^h, L)/L, \quad f^h(k^m, k^h) = F^h(K^m, K^h, L)/L.$$

Oznaczając  $(1 - \bar{\delta}^m) = (1 - \delta^m)(1 + n)^{-1}$  oraz  $(1 - \bar{\delta}^h) = (1 - \delta^h)(1 + n)^{-1}$ , równania (6) oraz (7) można zapisać w postaci<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} k_{t+1}^m &= f^m(\alpha^m k_t^m, \alpha^h k_t^h) + (1 - \bar{\delta}^m)k_t^m, \\ k_{t+1}^h &= f^h((1 - \alpha^m)k_t^m, (1 - \alpha^h)k_t^h) + (1 - \bar{\delta}^h)k_t^h. \end{aligned} \quad (8)$$

Jeśli wielkość przewozów towarowych i pasażerskich jest równa odpowiednio  $D^{pr}$  oraz  $D^{in}$ , przy czym wielkości te są wyrażone w jednostkach umożliwiającą ich porównywanie (pojazdach umownych), wielkość ruchu ogółem jest równa  $D = D^{pr} + D^{in}$ . Przewozy te oraz ich wielkości per capita,  $d = D/L = d^{pr} + d^{in}$ , zależą od wielkości produkcji każdego z sektorów, a w konsekwencji od poziomu obu kapitałów  $k^m, k^h$ :

$$d_t^{pr} = \phi^{pr}(k_t^m, k_t^h, poz_{\leq t}), \quad d_t^{in} = \phi^{in}(k_t^m, k_t^h, poz_{\leq t}), \quad (9)$$

gdzie  $poz$  oznaczają dodatkowe zmienne objaśniające,  $poz_{\leq t} = (\dots, poz_{t-1}, poz_t)$  – ich historię do chwili bieżącej,  $\phi^{pr}, \phi^{in}$  są pewnymi funkcjami rosnącymi względem każdego z dwóch pierwszych argumentów.

Dodatnia korelacja pomiędzy wielkością produkcji i przewozów pozwala oczekiwać, że w większości przypadków stymulanty rozwoju gospodarczego będą nimi także w odniesieniu do wielkości przewozów. Z drugiej strony czynnikiem, który w skali makro może spowolnić tempo wzrostu produkcji jest ograniczona zdolność przewozowa taboru. Jeśli tempo wzrostu zdolności przewozowych jest mniejsze niż tempo wzrostu produkcji, to może się okazać, iż to ostatnie może zostać po pewnym czasie znacząco zahamowane. Innym czynnikiem hamującym wzrost gospodarczy jest wydolność samej sieci transportowej (przede wszystkim ograniczona przepustowość elementów jej infrastruktury). Zbliżaniu się do jej maksymalnego poziomu, stopniowemu wyczerpaniu ulegają zarówno jej możliwości przesyłowe, jak również możliwości rozbudowy infrastruktury transportowej. Znaczącą rolę odgrywają także kwestie ekologiczne hamujące tempo rozwoju przewozów zarówno pasażerskich, jak i towarowych. Wszystkie te czynniki mogą hamować wzrost pracy przewozowej i powinny być brane pod uwagę w analizach i prognozach wielkości przewozów, zwłaszcza tych dotyczących długiego horyzontu czasowego. Aby nie wdawać się w szczegóły – wszak rozważania dotyczą makroskali – czynniki te będziemy określać mianem ograniczonej zdolności przewozowej.

Wielkość maksymalnych zdolności przewozowych jest siłą rzeczy ograniczona, choć zakupy nowego i wycofywanie starego taboru powodują, że jej pułap może być zmienny. W miarę wzrostu wolumenu przewozów rośnie prawdopodobieństwo różnego rodzaju zakłóceń w organizacji i przebiegu procesów transportowych. Należy się więc spodziewać, że zbliżanie się poziomów popytu

<sup>5</sup> Zakładając będziemy, że funkcje  $f^m, f^h$  spełniają warunki Inady, tzn. dla każdej z funkcji  $f = f^m, f^h$  zachodzą równości  $f(\cdot, 0) = f(0, \cdot) = 0$  a także  $\lim_{x \rightarrow 0} \partial_x f(x, \cdot) = \lim_{y \rightarrow 0} \partial_y f(\cdot, y) = \infty$  i  $\lim_{x \rightarrow \infty} \partial_x f(x, \cdot) = \lim_{y \rightarrow \infty} \partial_y f(\cdot, y) = 0$ .

<sup>6</sup> W przypadku modelu z czasem ciągłym odpowiednikiem przyrostu  $x_{t+1} - x_t$  zmiennej  $x$  jest pochodna  $\dot{x}_t = dx/dt$ , dlatego odpowiednikiem tych równań jest układ  $\dot{k}_t^m = f^m(\alpha^m k_t^m, \alpha^h k_t^h) - \delta^m k_t^m$ ,  $\dot{k}_t^h = f^h((1 - \alpha^m)k_t^m, (1 - \alpha^h)k_t^h) - \delta^h k_t^h$ .

na przewozy i zdolności przewozowej nie będzie sprzyjało zwiększeniu tempa wzrostu przewozów. Raczej je spowolni. Istnieje również sprzężenie zwrotne – ograniczone zdolności przewozowe hamują z mniejszym lub większym opóźnieniem rozwój gospodarki, w szczególności wielkość produkcji ogółem.

Rzecz jasna, sygnalizowane zależności nie pozwalają na wyróżnienie jednoznacznej analitycznej zależności (9). W najprostszym przypadku można przyjąć, że funkcja  $\phi^{pr}$  jest liniowa względem wielkości produkcji sektora produkcji materialnej, wartości  $d^m$  rosną wraz z  $f^h(k_t^m, k_t^h)$  zbliżając się do progu nasycenia:

$$d_t^{pr} = A(\text{poz}_{\leq t})(f^m(k_t^m, k_t^h))^v, \quad d_t^m = B(\text{poz}_{\leq t})/(1 + c \exp(-\xi f^h(k_t^m, k_t^h))), \quad (10)$$

gdzie  $A, B$  są funkcjami pozostałych zmiennych,  $c, \xi, v$  – dodatnimi stałymi. Przykładami dodatkowych zmiennych objaśniających mogą być *zdolno przewozowa per capita*,  $d^* = D^*/L$  oraz wcześniejsze wielkości przewozów  $d_{<t} = (\dots, d_{t-1})$ . W takim ujęciu funkcje  $A, B$  opisują wpływ ograniczeń zdolności przewozowej na wielkość popytu na przewozy. Wartości tych funkcji stanowią także miernik opisujący stopień spowolnienia rozwoju gospodarczego spowodowanego nienadążaniem rozwoju sektora transportowego (zarówno taboru, jak i infrastruktury), aby zaspokoić potencjalną wielkość popytu na przewozy.

Wartość

$$v = \frac{d \ln d^{pr}}{d \ln f^m}$$

jest równa cząstkowej elastyczności wielkości przewozów względem poziomu produkcji per capita. Dotychczasowe obserwacje dla Polski, wyjąwszy okres lat 90. XX w., potwierdzają, iż  $v > 0$ . Mimo iż nadal należy spodziewać się dodatniej wartości, to jednak wydaje się, że będzie ona ewoluować w czasie stosownie do faz cyklu koniunkturalnego (z dużymi wartościami w okresie prosperity). Konstruując prognozy ([1], [3]), oczekuje się także skokowych zmian tej wartości związanych z oczekiwanymi momentami strukturalnych zmian w gospodarce, a także transporcie (wejście do strefy euro, liberalizacja przewozów kolejowych, internalizacja kosztów zewnętrznych w transporcie itp.)<sup>7</sup>.

Oдноśnie postaci funkcji  $\psi = A, B$  w formułach (10), łatwo nasuwają się następujące postaci<sup>8</sup>:

$$\begin{aligned} \psi_1(d, d^*) &= c(d \wedge d^*), \\ \psi_2(d, d^*) &= c(d \wedge d^*) / (1 + \varepsilon \exp(-\lambda |d - d^*| / d^*)), \\ \psi_3(d, d^*) &= (d \wedge d^*) \frac{1 - \varepsilon \exp(-\lambda |d - d^*| / d^*)}{1 + \varepsilon \exp(-\lambda |d^p - d^*| / d^*)} \vee \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}, \end{aligned} \quad (11)$$

gdzie  $c, \varepsilon, \lambda$  są dodatnimi stałymi. W pierwszym przypadku efekt hamowania wzrostu przewozów jest widoczny dopiero po osiągnięciu przez nie maksymalnego poziomu, w drugim – tempo

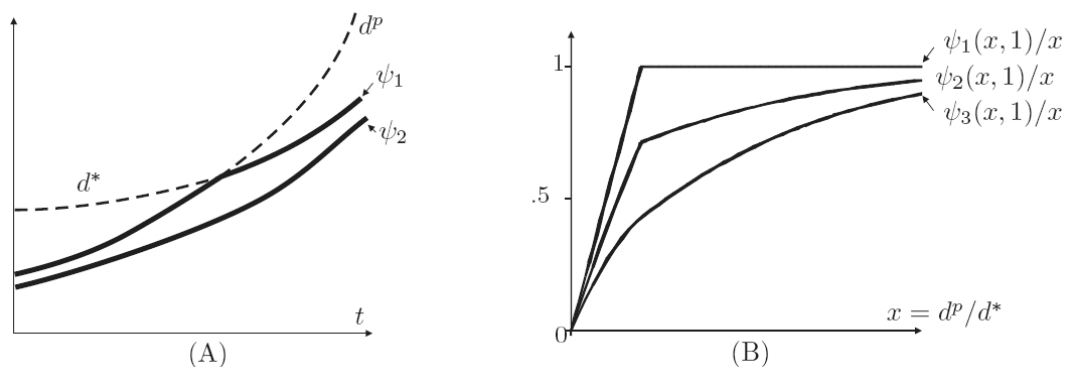
<sup>7</sup> Stosunkowo łatwo zaproponować „ekspercki” model dynamiki dla  $v$ , w którym jej zależność od czasu opisywana jest funkcją przedziałami stałą,  $v = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i \mathbf{1}_{(t_i, t_{i+1})}(t)$ , gdzie  $t_0, \dots, t_n$  są przewidywanymi przez ekspertów momentami wystąpienia wspomnianych zmian jakościowych,  $v_1, \dots, v_n$  – prognozowanymi elastycznościami w kolejnych okresach  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}, t_n$

<sup>8</sup>  $x \wedge y = \min(x, y)$  oraz  $x \vee y = \max(x, y)$



wzrostu jest hamowane z siłą tym większą, im bliższe jest osiągnięcie pułapu  $d^*$  (rys. 2 (A)). Wszystkie funkcje (11) są jednorodne<sup>9</sup>. Wykresy tych zależności dla przykładowych wartości parametrów pokazuje rys. 2 (B).

Rys. 2. (A) Modyfikacja potencjalnej wielkości przewozów w wyniku istnienia bariery zdolności przewozowej taboru  $d^* < \infty$ .



$d^p$  - potencjalna wielkość przewozów,  $d^*$  - maksymalna wielkość przewozów, czyli zdolność przewozowa.

Rzeczywista wielkość przewozów nie przekracza  $d^p \wedge d^*$ .

(B) Wykresy kolejnych funkcji (11) dla  $\epsilon=0,4$  oraz  $\lambda=0,5$ .

Jedną z najprostszych postaci modelu kształtowania się zdolności przewozowych jest (quasi-) liniowy model tendencji rozwojowej:  $d_t^* = (\alpha + \beta t) \vee 0$ . Należy jednak spodziewać się, że istnieje górna bariera (poziom nasycenia),  $d_{\max}^*$ , zdolności przewozowych<sup>10</sup>. W takiej sytuacji model powinien uwzględniać istnienie takiego poziomu. Do jego opisu można zastosować np. modele trendu (quasi-) liniowego lub logistycznego:

$$d_t^* = [(\alpha + \beta t) \vee 0] \wedge d_{\max}^*,$$

$$d_t^* = d_{\max}^* / (1 + \gamma_1 \exp(-\gamma_2 t));$$

wielkości  $\gamma_1, \gamma_2 > 0$ , określające między innymi dynamikę wzrostu poziomu zdolności przewozowej, mogą być stałe albo zależeć od aktualnego zużycia czynników produkcji. Podstawowym założeniem innego modelu jest założenie, iż źródłem zmian zdolności przewozowej jest z jednej strony zużywanie się taboru, z drugiej zaś uzupełnienia na przykład proporcjonalne do zmian produkcji globalnej. Można przy tym oczekiwać różnych szybkości zmian w sytuacji, gdy produkcja rośnie lub spada:

$$d_{t+1}^* - d_t^* = -\delta d_t^* + c_1(f_t^m) \mathbf{1}_{(0, \infty)}(f_t^m - f_{t-1}^m) + c_2(f_t^m) \mathbf{1}_{(-\infty, 0)}(f_t^m - f_{t-1}^m),$$

gdzie  $c_1, c_2$  są dodatnimi funkcjami. Stałą  $\delta > 0$  charakteryzującą szybkość zużywania się taboru przewozowego można nazwać stopą deprecjacji zdolności przewozowych.

#### 4. PRZYKŁAD

Rozważymy szczegółowe postaci modelu popytu na przewozy. Zmiennymi endogenicznymi są oba rodzaje kapitału, wielkości przewozów (towarowych i pasażerskich). Ograniczony poziom

<sup>9</sup> To znaczy  $\psi(\alpha x, \alpha y) = \alpha \psi(x, y)$  dla  $\alpha > 0$ . W takim przypadku wartości funkcji zależą jedynie od  $x/y$ , w rozważanym przypadku od  $d/d^*$ .

<sup>10</sup> Być może nieco przejawiając, można uznać taki stan jako sytuację, gdy na każdą osobę, która potencjalnie może wykonywać przewozy, przypada 1 samochód.

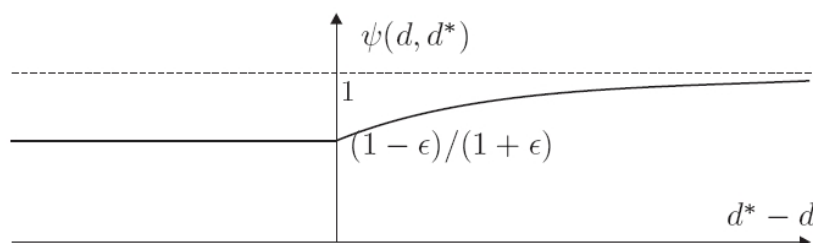
zdolności przewozowych wywiera hamujący wpływ na wielkość przewozów, a fakt ten oddziałuje także, z pewnym opóźnieniem, na tempo zmian produkcji. Układ równań modelu jest następujący:

$$\begin{aligned}
 k_{t+1}^m &= f_t^m \cdot \psi(d_t, d_t^*) + (1 - \bar{\delta}^m) k_t^m, \\
 k_{t+1}^h &= f_t^h + (1 - \bar{\delta}^h) k_t^h, \\
 \psi(d_t, d_t^*) &= \frac{1 - \varepsilon \exp(\lambda(d_t - d_t^*))}{1 + \varepsilon \exp(\lambda(d_t - d_t^*))} \vee \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}, \\
 d_{t+1}^{pr} &= \gamma^m (f_t^m)^\nu \cdot \psi(d_t, d_t^*) \\
 d_{t+1}^{in} &= \gamma^h d_t^* (1 + c \exp(-\xi f_t^h))^{-1}, \\
 d_{t+1}^* &= \gamma^* f_t^m + (1 - \delta) d_t^*,
 \end{aligned} \tag{12}$$

gdzie  $\bar{\delta}^m, \bar{\delta}^h, \dots, \gamma$  są dodatnimi stałymi, natomiast dla skrócenia zapisu oznaczyliśmy  $f_t^m = f^m(\alpha^m k_t^m, \alpha^h k_t^h)$  oraz  $f_t^h = f^h((1 - \alpha^m) k_t^m, (1 - \alpha^h) k_t^h)$ .

Dwa pierwsze równania opisują dynamikę obu rodzajów kapitału. W przypadku kapitału materialnego uwzględniony został dodatkowo czynnik hamujący wzrost produkcji, mający swoje źródło w zbyt dużych przewozach i zmniejszaniu wielkości rezerw zdolności przewozowych transportu (o ile rezerwy takie istnieją). Czynnik ten opisany jest krzywą sigmoidalną (rys. 3). W przypadku znacznych nadwyżek zdolności przewozowej mamy  $\psi(d, d^*) \approx 1$ . Z drugiej strony bardzo duży popyt na przewozy (porównywalny lub większy od maksymalnej zdolności przewozowej) może spowodować zmniejszanie potencjalnych zdolności produkcyjnych w każdym okresie o czynnik  $(1 - \varepsilon)/(1 + \varepsilon)$ , gdzie  $\varepsilon$  jest dodatnim parametrem. Potoki towarowe są w modelu proporcjonalne do wielkości produkcji materialnej, pasażerskie zaś, w miarę wzrostu kapitału ludzkiego, rosną coraz wolniej, do stanu nasycenia określonego przez maksymalną zdolność przewozową. Ta zaś maleje wraz ze stopą  $\delta (\delta \geq 0)$ , jednakże jest uzupełniana przez moce wytwórcze gospodarki.

Rys. 3. Wykres funkcji  $\psi$  w modelu (12) opisującej efekt hamowania wzrostu produkcji wynikający z ograniczonej zdolności przewozowej. Na osi odciętych odłożono wartości



W dalszej części wykonamy przykładowe obliczenia w przypadku wybranych funkcji  $f^m$  oraz  $f^h$ . Rozważmy przy tym dwa przypadki. W pierwszym wielkość produkcji materialnej będzie rosnącą funkcją każdego z czynników produkcji; rosnące względem każdego ze swoich argumentów będą więc także funkcje  $f^m, f^h$ . W drugim przypadku, przy odpowiednio dużych nakładach środków produkcji (obu rodzajów kapitału i efektywnej pracy), wielkość produkcji osiągać będzie poziom nasycenia. Istnienie takiego progu możliwości produkcyjnych, o czym już wspominaliśmy, wynikać może nie tylko z ograniczonych możliwości infrastruktury, w tym transportowej, ale z racji skończonych zasobów środowiska naturalnego i konieczności jego ochrony. Można tu rozróżnić

dwa zasadnicze przypadki, w których wspomniany próg odnosi się odpowiednio do produkcji globalnej bądź do produkcji per capita.

a) Załóżmy, że w obu sektorach funkcje produkcji mają postaci

$$F^m(K^m, K^h, L) = a_m (K^m)^\alpha (K^h)^\beta L^{1-\alpha-\beta},$$

$$F^h(K^m, K^h, L) = a_h (K^m)^{\alpha'} (K^h)^{\beta'} L^{1-\alpha'-\beta'},$$

gdzie  $a_m, a_h, \alpha, \beta, \alpha', \beta'$  są dodatnimi stałymi spełniającymi warunki  $\alpha + \beta < 1$  oraz  $\alpha' + \beta' < 1$ . Odpowiadające im jednostkowe funkcje produkcji są więc równe:

$$f^m(k^m, k^h) = a_m (k^m)^\alpha (k^h)^\beta, \quad f^h(k^m, k^h) = a_h (k^m)^{\alpha'} (k^h)^{\beta'}.$$

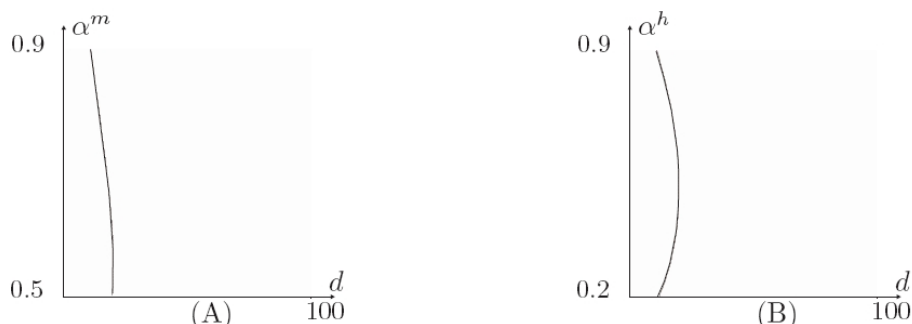
Funkcje te są więc rosnące (do nieskończoności) względem każdego argumentu. Poziom produkcji nie wykazuje więc nasycenia. Zgodnie z oczekiwaniami odnośnie dynamiki obu rodzajów kapitału, rzuty trajektorii na płaszczyznę  $k^m \div k^h$  mają, dla ustalonych wartości parametrów, pojedynczy punkt stały. Podobnie rzecz ma się w przypadku pozostałych zmiennych stanu, w szczególności wielkości przewozów. Rzecz jasna, jego położenie zależy od przyjętych wartości parametrów.

W celu ilustracji własności dynamicznych modelu przyjęto następujące wartości parametrów modelu (12)<sup>11</sup>:

- Parametry funkcji produkcji  $f^m$  są następujące:  $a_m=0,2$ ,  $\alpha^m=0,8$ ,  $\alpha=0,6$ ,  $\beta=0,3$ , zaś funkcji  $f^h$ :  $\alpha^h=0,5$ ,  $\alpha'=0,2$ ,  $\beta'=0,5$ ,  $a_h=0,2$ .
- Stopy deprecjacji kapitału  $k^m$  oraz  $k^h$  są równe odpowiednio  $\bar{\delta}^m = 0.05$ ,  $\bar{\delta}^h = 0.02$ , a stopa deprecjacji zdolności przewozowych wynosi  $\delta = 0.05$ .
- Udziały obu rodzajów pojazdów (samochody ciężarowe i osobowe) w sumarycznym potoku w sieci:  $\gamma^m=1$ ,  $\gamma^h=0,5$  (w łącznym potoku pojazdy ciężarowe są liczone z dwukrotnie większą wagą niż osobowe).
- Parametry funkcji  $\Psi$ :  $\epsilon=0,1$ ,  $c=1$ ,  $\xi = 0.1$ ,  $\gamma^*=1$ .

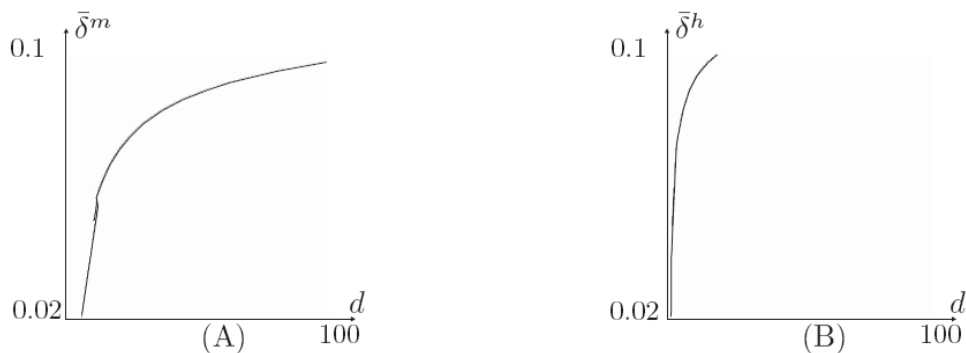
Przykładowe diagramy bifurkacyjne pokazane są na rysunkach 4-5. Dla badanych zakresów parametrów istnieje więc jeden stabilny punkt równowagi, jednak w niektórych innych przypadkach takiego punktu równowagi można obserwować wahania okresowe lub quasi-okresowe.

Rys. 4. Diagramy bifurkacyjne dla układu (12). Zmienną stanu jest wielkość przewozów  $D$ , parametrem bifurkacyjnym jest  $\alpha^m$  oraz  $\alpha^h$  odpowiednio na rysunku (A) i (B)



<sup>11</sup> Należy przy tym zaznaczyć, że są to jedynie przykładowe wartości, którym z całą pewnością daleko do „realnych”, których przybliżenia można uzyskać w drodze np. estymacji parametrów na podstawie danych historycznych

Rys. 5. Diagramy bifurkacyjne dla układu (12) cd. Zmienną stanu jest wielkość przewozów  $d$ , parametrem bifurkacyjnym jest  $\alpha^m$  oraz  $\alpha^h$  odpowiednio na rysunku (A) i (B)



b) Załóżmy, że funkcja produkcji dla sektora dóbr materialnych ma postać

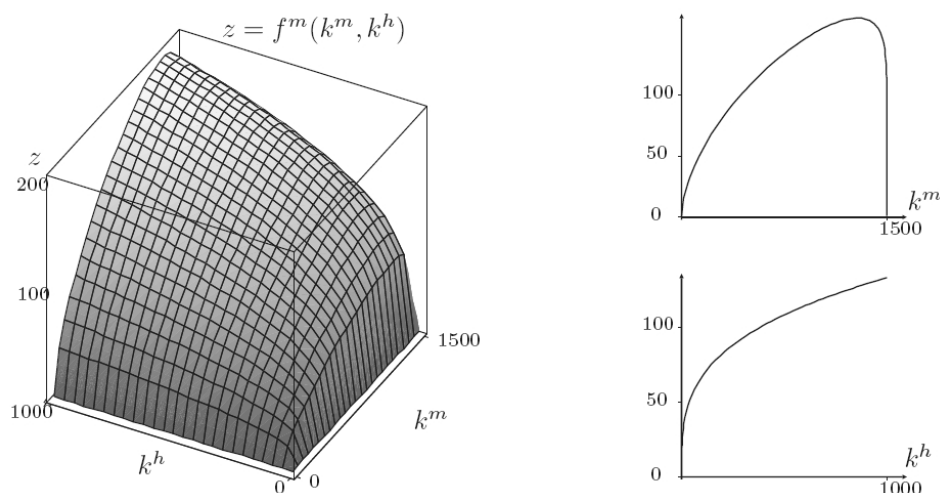
$$F^m(K^m, K^h, L) = a_{m,1}(K^m)^\alpha (K^h)^\beta (pL - K^m)^\gamma L^{1-\alpha-\beta-\gamma} L : \mathbf{1}_{[0, pL]}(K^m) + g^m(K^m / L)L,$$

gdzie  $a_{m,1}$  są dodatnimi stałymi,  $\alpha + \beta + \gamma < 1$ , zaś  $g^m$  - funkcją o wartościach nieujemnych, wolno zmieniającą się dla dużych wartości argumentów („w nieskończoności”). Jeśli kapitał osiąga wartość  $pL$ , produkcja osiąga wartość  $g^m(p)L$  (tzn.  $g^m(p)$  per capita). Dla większych wartości kapitału produkcja per capita nie zwiększa się zbyt szybko. Tym samym człon  $(pL - K^m)^\gamma$ , gdzie  $p \gg 0$ , jest wspomnianym czynnikiem hamującym rozwój produkcji; parametr  $p$  zaś można uznać za charakterystykę progę jej wzrostu. Jednostkowa funkcja produkcji ma tym samym postać:

$$f^m(k^m, k^h) = a_{m,1}(k^m)^\alpha (k^h)^\beta (p - k^m)^\gamma \mathbf{1}_{[0, p]}(k^m) + g^m(k^m). \tag{13}$$

Podobną postać funkcji produkcji (z parametrami  $a_{h,1}, \alpha', \beta', \gamma', a_{h,2}$ ) przyjmujemy dla sektora kapitału ludzkiego. Parametry funkcji produkcji są następujące:  $a_{m,1} = 0,2$ ,  $\gamma = 0,1$ ,  $a_{h,1} = 0,2$ ,  $\gamma' = 0,1$ , wartość progowa  $p = 1500$ ; wartości pozostałych parametrów ( $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$ ) są takie same jak w podpunkcie (a). Przyjmujemy na początek, że funkcje  $g^m, g^h$  są stałe, dokładniej  $g^m \equiv a_{m,2} = 1$  oraz  $g^h \equiv a_{h,2} = 1$ . Wykres funkcji (13) o takich parametrach przedstawia rys. 6.

Rys. 6. Wykres, określonej wzorem (13), funkcji  $f^m(\cdot, \cdot)$  oraz jego przekroje  $f^m(\cdot, 500)$ ,  $f^m(500, \cdot)$ .

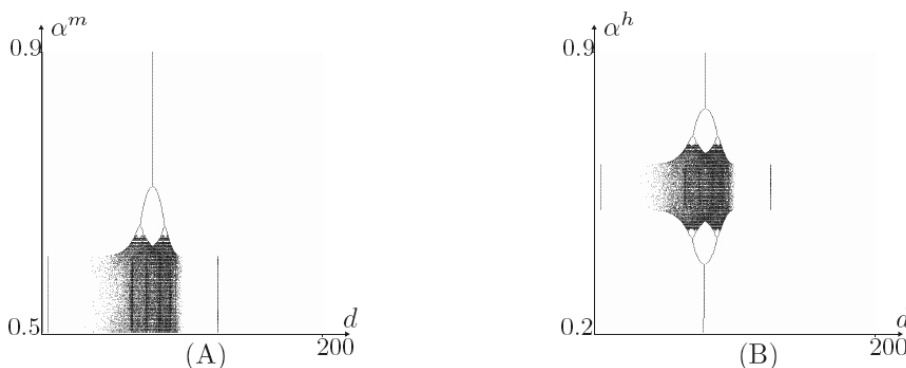


W przeciwieństwie do sytuacji rozważanej w części (a), w pewnych zakresach wartości parametrów dynamika jest chaotyczna. Przyczyną tego są „hamujące rozwój”, człony

$(p-k^m)^\gamma$  oraz  $(p-k^h)^\gamma$  odpowiednio w funkcjach  $f^m$  oraz  $f^h$ . Zachowania chaotyczne występują, gdy  $(\gamma, \gamma') \neq (0, 0)$ . Przykładowe diagramy bifurkacyjne układu (12) pokazane są na rysunkach 7-9. Powszechnym zjawiskiem jest istnienie orbit quasi-okresowych. Wielkość przewozów nie dąży monotonicznie do wartości równowagowej, ale co pewien czas gwałtownie rośnie i maleje, co spowodowane jest oscylacjami kapitału materialnego i związanymi z tym gwałtownymi zmianami produkcji. Nie obserwuje się jednak przy tym zbiorów granicznych o nazbyt skomplikowanej strukturze. Również przeprowadzone obliczenia nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy, że wymiary atraktorów różnią się od 1.

Podobna sytuacja ma miejsce, gdy progi możliwości produkcyjnych są niezależne od wielkości pracy, czyli  $\lim_{K^m \rightarrow \infty} F^m(K^m, K^h, L)$  nie zależy od  $L$  (w tej sytuacji wielkość produkcji odniesiona na jednostkę pracy efektywnej maleje).

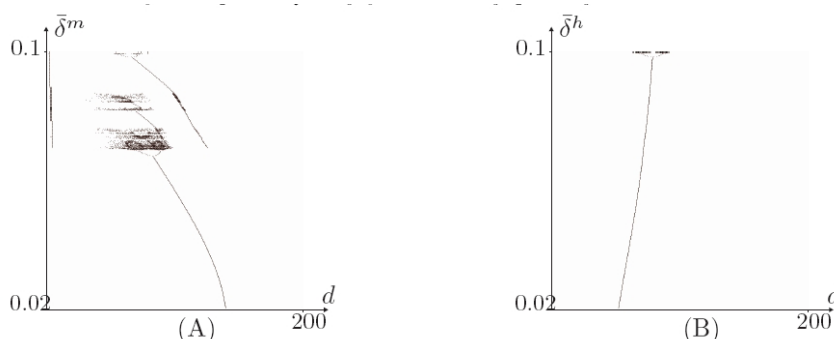
Rys. 7. Diagramy bifurkacyjne dla układu (12). Zmienną stanu jest wielkość przewozów per capita,  $d$ , parametrem bifurkacyjnym jest  $\alpha^m$  oraz  $\alpha^h$  odpowiednio na rysunku (A) i (B).



Rys. (A). Dla wartości  $\alpha^m \in (0.50, 0.75)$  istnieje pojedynczy punkt równowagi. Stopniowo pojawiają się kolejne bifurkacje podwojenia okresu. Gdy  $\alpha^m > 0.77$ , pojawia się pasmo chaotyczne, zaś powyżej wartości 0.79 amplituda zmian gwałtownie wzrasta.

Rys. (B). Dla  $\alpha^h \in (0.45, 0.65)$  obserwujemy ruch chaotyczny, dla innych wartości parametru istnieje pojedynczy punkt równowagi. Przejście do ruchu chaotycznego odbywa się w sposób standardowy za pomocą kolejnych bifurkacji podwojenia okresu.

Rys. 8. Diagramy bifurkacyjne dla układu (12) cd. Parametrem bifurkacyjnym jest kolejno  $\bar{\delta}^m$  oraz  $\bar{\delta}^h$ .

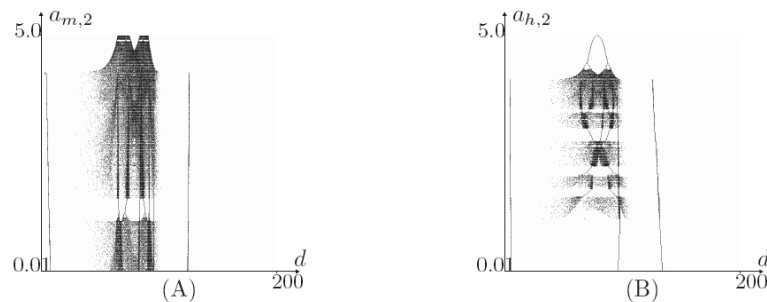


Rys. (A). W pewnych zakresach wartości parametru  $\bar{\delta}^m$  dynamika jest chaotyczna. Dwa główne przedziały to  $(0.033, 0.039)$  oraz  $(0.045, 0.050)$ . Dla  $\bar{\delta}^m > 0.052$  istnieje pojedynczy stabilny punkt równowagi.

Rys. (B). Dla małych wartości parametru  $\bar{\delta}^h$  istnieje orbita o okresie 2. W zakresie  $0.020 < \bar{\delta}^h < 0.021$  ruch ma charakter chaotyczny. Dla większych wartości parametru istnieje pojedynczy punkt równowagi.



Rys. 9. Diagramy bifurkacyjne dla układu (12) cd. Parametrem bifurkacyjnym jest kolejno  $a_{m,2}$  oraz  $a_{h,2}$  odpowiednio na rysunku (A) i (B).



Rys. (A). Już dla małych wartości parametru ruch jest chaotyczny – najpierw obserwujemy dwa ciągle pasma, które zlewają się w jedno. Dynamikę chaotyczną obserwujemy w prawie całym zakresie zmienności parametru  $a_{m,2}$ . Pasma okresowe występują w zakresach  $(0,10;0,14)$ ,  $(0,58;0,585)$  oraz  $(3,50;3,70)$ . Dla  $a_{m,2} > 0,8$  zmiany wielkości przewozów mają szczególnie dużą amplitudę – wahają się pomiędzy wartościami 10 oraz 135.

Rys. (B). Zakres zmian parametru składa się z wielu ułożonych na przemian pasm, w których ruch jest chaotyczny i okresowy. Ten ostatni obserwujemy w zakresach  $(1,6;1,63)$ ,  $(2,10;2,35)$ ,  $(2,90;3,10)$  oraz  $(3,40;3,50)$ .

Niedogodnością badanej funkcji produkcji jest jej nieciągłość. Może to komplikować ewentualną estymację jej parametrów. Wady takiej pozbawiona jest na przykład, będąca mieszaniną dwóch funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa, funkcja (13), w której

$$g^m(k^m) = a_{m,2} \left[ (k^m / p)^{\alpha'} \mathbf{1}_{[0,p]}(k^m) + 1 \right]$$

gdzie  $\alpha' \in (0,1)$ . Rzecz jasna, podobną postać może mieć funkcja  $f^h$ . Obliczenia dla tych funkcji dają (w przybliżeniu) podobny jakościowo obraz dynamiki. Zakresy parametrów, dla których dynamika popytu jest regularna, sąsiadują ze zbiorami, przy których popyt wykazuje zachowania chaotyczne.

Należy podkreślić, że zamieszczone wyniki mają jedynie charakter czysto ilustracyjny. Pokazują skądinąd oczywistą prawdę, iż w większości modeli własności dynamiczne są bardzo wrażliwe na dobór wartości parametrów.

Warto jeszcze raz stwierdzić, że rozważany model jest skrajnie uproszczony już choćby z tego względu, że rozważane są tylko wysoce zagregowane dobra, zagregowane funkcje produkcji jedynie z trzema nakładami i przyjmuje się, że większość parametrów, w tym stopy oszczędności, amortyzacji, wzrostu liczby ludności są stałe w czasie.

## 5. UWAGI KOŃCOWE

Wróćmy do pytań sformułowanych na początku. Czy modele matematyczne są dobrym narzędziem, jeśli nie do udzielenia definitywnej odpowiedzi na wspomniane kwestie, to przynajmniej do zbliżenia się do niej? Wydaje się, że tak, chociaż sam problem jest delikatny, a przez to skomplikowany, bowiem ze swojej natury dotyczy asymptotycznych zachowań (czas  $\rightarrow \infty$ ) charakterystyk rynku. Kilkudziesięcioletnie badania pokazują, że własności te są bardzo wrażliwe na przyjętą postać analityczną modelu. Znane z teorii układów chaotycznych nagłe zmiany charakteru dynamiki (chaos  $\rightarrow$  ruch regularny lub vice versa) były w analizowanym modelu wielokrotnie obserwowane. Jeśli zaakceptować przyjętą tu strukturę modelu, to fundamentalne znaczenie dla odpowiedzi

na postawione na wstępie pytania mają własności funkcji produkcji. Jeśli zwiększanie każdego z czynników produkcji implikuje nieograniczony wzrost poziomu produkcji, to jest prawie pewne, iż spowoduje to również nieograniczony przyrost popytu na przewozy. W takim przypadku nie istnieje oczywiście graniczny poziom wzrostu popytu na przewozy. W modelu analizowanym w niniejszym artykule istnieje próg rozwoju gospodarki; ograniczona jest również wielkość przewozów. Jej własności dynamiczne zależą od wartości parametrów modelu.

Dla jednych zestawów dynamika przewozów jest quasi-stabilna, dla innych zmiany popytu mają skomplikowaną naturę, czy wręcz wykazują zachowania chaotyczne. Jednak we wszystkich badanych przypadkach popyt na przewozy per capita (na jednostkę efektywnej pracy) okazał się ograniczony. Dochodzimy tym samym do problemu estymacji parametrów modelu. Wartości parametrów, które należałoby przyjąć, tworząc model realnie funkcjonującego systemu transportowego muszą w możliwie dokładnym stopniu oddawać istniejące/przyszłe realia. Wartości tych parametrów dobierane są zazwyczaj w wyniku zastosowania odpowiednich procedur estymacji do danych przekrojowych i/lub czasowych, a także metod eksperckich, odgrywających szczególnie ważną rolę w sytuacji braku wiarygodnych danych. W rozważanym modelu znaczenie ostatniej grupy metod wydaje się bardzo duże, przykładowo bowiem brak jest pełnego zestawu charakterystyk motoryzacji indywidualnej, w znacznym zakresie szacunkowy charakter mają dane odnoszące się do transportu gospodarczego i transportu lokalnego, nie do końca wiarygodne są również dane o strukturze przewozów międzynarodowych. W znacznym stopniu utrudnia to konstrukcję prognoz średnio- i długookresowych ([1]).

W podsumowaniu należy więc stwierdzić, że popyt na transport per capita jest ograniczony, jednak kwestia zbadania własności modelu realnie działającego systemu transportowego i udzielenia odpowiedzi na podstawowe pytania pozostaje nadal otwarta.

#### LITERATURA

- [1] Burnewicz J., *Uwarunkowania rozwoju systemu transportowego Polski*, w: Prognoza zapotrzebowania na usługi transportowe w Polsce do 2020 roku, str. 125-167. Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2006.
- [2] Burnewicz J., Szczerba E., *Nowa jako polskiego transportu po integracji z UE*, Przegląd Komunikacyjny, 10, 2004.
- [3] Dorosiewicz S., Gis W., Menes E., Waśkiewicz J., *Prognoza rozwoju ciarowego transportu samochodowego do 2020r.*, Transport Samochodowy, 4, 2006.
- [4] Madeyski M., Lissowska E., Morawski W., *Transport, rozwój i integracja*, WKiŁ, Warszawa 1975.
- [5] Menes E., *Dylematy rozwoju motoryzacji indywidualnej w Polsce*, Instytut Transportu Samochodowego, 1998.
- [6] Mindur M., *Wzajemne związki i zależności między rozwojem gospodarki a transportem*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Warszawa 2004.
- [7] Pawlicka Z., *Przewozy pasażerskie*, WKiŁ, Warszawa 1978.
- [8] Romer D., *Advanced Macroeconomics*, McGraw Hill Inc., 1996.
- [9] Sato K., *On the Adjustment Time in Neo-Classical Growth Models*, Review of Economic Studies, 30, pp. 263–268, 1966.
- [10] Solow R.M., *Mathematical Methods in the Social Sciences*, chapter Investment and Technical Progress, pp. 89–104. Stanford University Press, Stanford, 1960.

## SUMMARY

The article presents one of the models of demand for transport of goods by car. The results of simulation and conclusions for a model set of parameters have been analysed.